

兒童幾何形體概念之初步探究

張英傑*

摘 要

本研究目的乃在初步了解兒童描述基本幾何圖形所使用之語彙及其背景，兒童辨認基本幾何圖形在平面圖案和立體造型中的影響因素，以及兒童造圖的能力分析。研究依台北市、台北縣、宜蘭縣、新竹縣鄉鎮地區以及台北縣烏來山區，晤談幼稚園 10 位、國小一年級 12 位、二年級 11 位、三年級 7 位中上程度兒童，共計 40 位（其中男生 21 位、女生 19 位）。本研究採活動實作方式為之，包含：操弄實物、辨認圖形和構造圖形。本研究結論顯示兒童說明圖形之性質時，大多數都以整理性的知覺思考，而常以舉例方式比擬說明圖形，少數只說出圖形的部分特徵。晤談的對象，幼稚園或國小一、二、三年級兒童，對於任何基本圖形，無論在視覺或觸覺察看或做分類之活動時圖形的特徵，都不能全部說出必要充分的相關屬性。建議未來研究有必要以 Fischbein 直觀理論 (Fischbein et al. 1985)，去檢驗學生直覺的、隱含的、無意識、和素樸的幾何概念知識。未來可重覆或驗證是否有比視覺層次更基本的層次存在(Clements, Swaminathan, Hannibal, & Sarama, 1999)。

關鍵詞：幾何、概念知識、圖形概念、兒童。

* 張英傑：數學教育學系副教授

兒童幾何形體概念之初步探究

張英傑*

壹、緒論

一、研究背景

幾何的重要性是毋庸置疑的，Clements 與 Battista (1992)曾提出：幾何提供我們如何去闡釋與反映外在物理環境的一種方法，並且可作為學習其他數學和科學題材的工具，尤其更重要的能加強幾何的空間思考，有助於高層次數學的創造思考。

Bishop (1983)論及幾何教學，教師需要大大增加對兒童所處空間環境的利用，以便能夠為兒童的幾何學習而開發它。因而需要研究：關於不同環境給兒童的空間觀念和幾何觀念的理解及其影響。Thomas (2000)呼應將兒童幾何概念瞭解的研究運用在教學上，設計診斷教學實驗。

幾何的地位與重要性需要得到提高，特別是在小學，應該更進一步研究分析數學觀念中有關空間與幾何的根源。以往在課程安排上小學偏重在算術方面，而忽視了幾何 (Fey, 1984)，而且幾何教學也幾乎與課堂外的空間世界沒有聯繫。因此克服學習幾何的第一步，發展並促進學生對空間世界的理解，而設計各種活動，鼓勵兒童對於這些活動進行思考。

我國過去對國小兒童的「幾何形體認知概念」的研究，一向缺乏了解。兒童對幾何形體的認知是如何產生的？兒童在空間之中或從空間得來的刺激「經驗」，是如何「察覺」透過他以前相關的經驗，去歸納解釋這些刺激，而獲得空間知覺

* 張英傑：數學教育學系副教授

能力，因而能「了解」幾何圖形的概念。

兒童對於某一個數學概念的初起印象烙印最深，深植於其人的心像中，勢必會影響以後對該概念的學習。學生概念的起源，應該是數學學習理論中很基本的問題。兒童在所處的生活情境，面對各種自然或社會事象，對於幾何形體認知所使用的原始策略，以及原始表徵的語辭或語意等代表的是甚麼？為何如此？關於這些問題，知道的仍然很模糊，而且相當有限。

二、文獻探討

兒童幾何概念之發展研究取向，依據 Clements 和 Battista(1992)的文獻分析，指出有三種理論：Piaget 理論、van Hiele 理論和認知心理學理論。認知心理學家（如 Anderson,1985; Gibson, Gibson, Pick, & Osser, 1962）提供有關兒童分類的資訊，特別是在直觀方面。研究顯示：對於像字母或圖形之辨認，以此知覺個體的特徵做分析，較為有利；但這種特徵分析往往是無意識的，且分散的(McClelland, Rumelhart, & the PDP Research group, 1986; 引自 Clements, Swaminahan, Hannibal, & Sarama, 1999)。但這種取向的探究圖形辨認，不強調社會或文化因素的影響，也不重視直覺基模和概念發展的相互關連性(Clements et al., 1999)。

Piaget 等人(Piaget, Inhelder, & Szeminska, 1960; Piaget & Inhelder, 1967)認為兒童認知幾何性質有下列漸近之分化：(1) 位相性 (topological)：幾何形體整體性質，例如連通性、封閉性和連續性等，與大小形狀無關；(2) 射影性 (projective)：由不同之角度觀看一物體之臆測；(3) 歐幾里得性(Euclidean)：考慮一物體之大小距離及方向，涉及角度、平行和長度等。故兒童空間概念之形成即為上述三個階段，在 3~4 歲時為位相幾何概念，依據圖形是否封閉或開放而定，完全忽視有關邊長、角度、大小等歐氏幾何關係，完全是屬於基本拓樸幾何概念。約 4~6 歲為過渡時間，一直到 6~8 歲才有歐氏幾何概念。但是 Piaget 的「位相優先假定(topological primacy hypothesis)」並沒有受到強烈研究的支持 (Geeslin & Shar, 1979; Martin, 1976)。吳貞祥（民 69）指出在低年級，兒童的圖形概念大部分都以發展到歐基里德性概念階段，根據 Piaget 的說法，在本階段兒童應該都具備關於線段長短、角度大小或面的大小的意識了。

Piaget 理論的研究重點在於幾何概念的建構，探討幾何概念形成的運思程序，是屬於年齡取向的階段論，注重發展的過程。Piaget 相信兒童對於幾何的瞭解是根據環繞在他周圍的「世界」。兒童在這個「世界」中觀看自己位置相關的每一件事物。但是這類 Piaget 式的研究取向，對於兒童表現，過於重視兒童失敗

的地方，而未能更深入探究尚未分化或統整概念的發展。

Piaget 有關兒童的空間概念發展主要是與年齡有關，相對於這個論點，荷蘭數學教育家 Dina van Hiele-Geldof 和 Pierre M. van Hiele 夫婦共同提出兒童幾何思考發展的 van Hiele 模式 (van Hiele, 1986)，是與教學因素有關；認為幾何思考的發展，較不受兒童年齡成熟因素的影響。Shaughnessy and Burger (1985) 將 van Hiele 的五個思考層次的特徵以下述描述之：(1) 層次 0：視覺 (visuality) — 在這個層次的兒童能透過圖形的整體輪廓辨認，去學習辭彙及辨認，或再造出一個與指定的圖形相同的圖形，但不能利用圖形的特徵或組成要素來分析。(2) 層次 1：分析 (analysis) — 在這個層次能分析圖形特徵及組成要素，但不能解釋性質之間的關係，也不能了解正式圖形定義。(3) 層次 2：非形式化的演繹 (informal deduction) — 在這個層次能建立圖形之間的關係及性質之間的關係網路，能了解定義並解釋非正式的論證，但不能了解證明或定理的重要性，不能由不熟悉的前題去建立證明結果的成立。(4) 層次 3：形式的演繹 (formal deduction) — 在這個層次可以了解到證明的重要性和了解「未定義名詞」、「定理」和「公理」的意義，能嚴密地證明及建立定理間的關係網路，能比較一個定理的不同證明方式。(5) 層次 4：嚴密性 (rigor) — 在這個層次能在不同的幾何系統作比較，如歐氏幾何與非歐氏幾何之比較。

總而言之，Piaget 的研究重點在建構幾何概念，其理念局限在概念之形成，但卻深入探究幾何概念形成之運思過程；而 van Hiele 的研究則在建構幾何系統的邏輯順序，其理論偏向幾何知識內容；其各層次發展過程依序為：圖形的知覺辨認、圖形的特徵辨認與概念的 formed、圖形間關係的辨認與推演、幾何命題的邏輯演繹、抽象的幾何系統的建構等。但未能深究各階段所涉及之認知歷程。

van Hiele 模式是許多研究者從事幾何概念發展研究作為理論基礎的依據，大部份研究者均支持 van Hiele 模式的五個層次的合理性：是從直觀的辨別到分析再進階到抽象的證明階段，它可以合理的解釋兒童幾何概念發展的階層，也可以評估學生的幾何能力。幾何概念的發展受到教學影響遠超過年齡因素。有些研究者認為有些兒童的幾何概念能維持在比視覺的辨認更基本的層次，而且對不同幾何概念所屬的層次亦不同 (Clements & Battista, 1992; Clements, et al., 1999; Fuys, Geedes, & Tischler, 1988)。

三、研究目的

本研究目的利用實物操作與深度訪談，以探究幼稚園至國小三年級的兒童幾

何形體認知概念的瞭解。研究問題如下：兒童描述幾何圖形所使用的語彙及其背景為何？兒童辨認基本幾何圖形在平面圖案和立體造型中的影響因素為何？兒童的徒手繪製圖形，以及用釘板和格點紙上繪圖的能力為何？

貳、方法與過程

一、晤談工具與晤談記錄整理表

比較分析 64 年版(教育部，民 64)和 82 年版(教育部，民 82)國民小學數學課程標準中圖形教材內容，及其相關術語與符號，並蒐集有關「幾何形體認知概念」的知識及其相關教與學之文獻加以整理探討(張英傑，民 82)。晤談問題工具採活動實作方式為之，包含：

1. 操弄實物——由知覺、觸覺去感受幾何形體，以不同方式說明圖形名稱用語及其特徵。

2. 辨認圖形——由平面圖案和立體造型，考慮圖形之位置、大小、主客體之知覺區別、知覺的一致性、空間位置及其關係之知覺。

3. 構造圖形——徒手繪製，或以釘板、格點紙繪製圖形，觀察眼手協調之繪圖能力。

晤談工具首先由幼兒教育學系學生分組對六位幼稚園兒童使用，以檢測用語及其內容；並再經由研究者初測國小六位兒童後，檢測內容及其花費時間；最後邀數學師資培育學者專家及國小教師會同修正使用。另外，為了對晤談對象有所了解，建立「面談基本資料表」；以及為利於編碼整理分析，設計「晤談記錄整理表」。

二、實施深度晤談

進行半結構晤談時，由研究者與晤談對象作一對一的晤談。研究者依據編製的教學晤談問題，設計活動，提出問題，要求兒童解釋，瞭解兒童之解題過程。研究者根據兒童的表現，提出進一步的問題，或適當的協助，探究兒童解題方式及其相關問題。

本研究晤談幼稚園至國小三年級兒童，共計四十位。晤談者對研究計目的瞭解，對晤談問題的活動設計也毫無疑義。晤談活動的進行，大部分兒童均完成所有項目，除了幼稚園限於時間及其體力，沒有實施造圖活動。所有晤談過程均加

以全程錄影、錄音。每次晤談時間約需時 45 分鐘。

三、晤談概念整理分析

將 40 位晤談全程錄影，轉登錄成草稿 (protocol) 及其 40 份記錄 (text)。儘管晤談問題是在研究者事先佈局下取得有關概念的闡釋，並且被晤談兒童有別，錄影過程無法完全標準化，但是全部過程均加以錄影存證，兒童的一言一行全部加以登錄，使成爲不可變動的完整記錄。

由這些記錄加以檢視，據以建構兒童對圖形概念的認知，以及闡釋兒童的意圖。40 位兒童的草稿記錄均作爲原始資料的憑證，也可以作爲徵詢學者專家的意見及尋求對兒童圖形認知概念的不同闡釋。

四、研究對象

本研究限於研究者時間、精力和經費的限制，並爲避免被晤談兒童的尷尬，研究對象是立意取樣，由研究者在其數學教學輔導區內，請熟悉的國小教師推薦班上中上程度學生，由台北市、台北縣、宜蘭縣和新竹縣鄉鎮地區，及台北縣烏來山區，共晤談幼稚園 10 位、國小一年級 12 位、二年級 11 位、三年級 7 位共計 40 位（其中男生 21 位、女生 19 位）。

表 1 晤談兒童人數統計表

	男	女	合計
幼稚園	5	5	10
一年級	7	5	12
二年級	5	6	11
三年級	4	3	7
合計	21	19	40

爲利於瞭解晤談對象以及資料之整理分析，設計「晤談基本資料表」，內容包括：兒童姓名、出生年月日、所屬地區、父母親學歷、父母親職業，以及一般狀況，描述兒童的實態。面談時，注意攝影、錄音，並做簡要紀錄。

五、研究工具設計內涵及活動目標

研究使用之晤談工具，包含七個活動：(1) 視覺辨認活動與分類辨認活動；(2) 觸覺辨認活動；(3) 平面圖案辨認活動；(4) 立體造型辨認活動；(5) 在白紙

上隨便畫圖形；(6) 在釘板上造圖；(7) 在格點紙上畫圖。

(一)視覺辨認活動

提供正方形、長方形、圓形、三角形和菱形的白色壓克力圖形片各一塊，詢問晤談對象：「這叫什麼（名字），這是什麼樣子（圖形）？」晤談對象觀看此圖形片並可把玩，待其回答圖形之名稱後；研究者追問：「你怎麼知道這是 xxx（圖形名稱）？」，以及「平常生活中有沒有看過這種形狀？有那些東西是 xxx（圖形名稱）？」

此活動的目標為：瞭解兒童視覺觀看圖形時，描述圖形時所使用的語彙，以及如何使用這些語彙？瞭解兒童使用上述圖形語彙的背景為何？兒童能比較圖形之不同，並說明不同形狀的比較。三年級尚未教到菱形，其名稱的介紹可由學生自行命名，藉由〈指著正方形〉，這叫正方形。〈指著長方形〉這叫長方形，〈指著菱形〉我們叫它什麼比較好？

(二)觸覺辨認活動

訪談者每次分別將正方形、長方形、圓形、三角形和菱形圖形板各一塊(其大小為兒童雙掌能完全掌握觸摸到的尺寸)，放入一不透明的袋中，讓兒童雙手放入袋中觸摸。研究者詢問：「你摸到什麼形狀？」在兒童回答之後，研究者接著詢問：「你怎麼知道是 xxx（圖形名稱）？」此活動目標為瞭解兒童如何單憑觸覺，描述圖形的特徵。讓兒童能自在的閉著雙眼，集中心智，說出圖形名稱及其特徵。檢驗兒童在觸覺辨認與視覺辨認上，對圖形說法之異同。

(三)圖形分類之能力

將 13 片圖形片隨意混合散置在兒童面前，其中正方形 2 片(S1 大、S2 小)、長方形 3 片(R1 大、R2 瘦長、R3 中胖)、圓形 2 片(C1 大、C2 小)、三角形 4 片(T1 大鈍角三角形、T2 中銳角三角形、T3 小直角三角形、T4 小正三角形)和菱形 2 片(RH1 大、RH2 小)。

研究者詢問兒童：「這裡有很多圖形，你把看起來一樣的放在一堆，看你要怎麼分？隨便你分成幾堆？」。當兒童完成以後，研究者加以檢驗：「分好了嗎？你為什麼這麼分？」「這兩個為什麼在同一堆？」「那兩個為什麼不在同一堆？」「可以再分嗎？」。此活動目標為瞭解兒童如何將圖形分類？分類的標準有那些？如果同樣形狀，兒童給予兩種分類時應請兒童再說明。

(四) 辨認平面圖案

繪基本圖形及非基本圖形的設計及有顏色的基本圖案（約 B 4 大小）包含下列因素：基本圖形、非基本圖形、客觀知覺(figure-ground perception)、知覺一致性(perceptual constancy)與空間位置知覺(position-in-perception)(參考 Del Grande, 1987; Forstig & Horne, 1964; Hoffer, 1977)。將設計好的圖案，放置在兒童面前，詢問兒童看到那些圖形，說出各圖形稱呼並指示位置所在。此活動目的為瞭解兒童在整體圖案中辨認單一圖形之影響因素。平面圖案之塗色均勻，並做護貝以利多次使用。同樣的形狀，兒童給予不同的名稱時，請兒童再說明。平面圖案中各種圖形應編號以利紀錄。

(五) 辨認立體造型

包含基本圖形及其他圖形之不可拆開的木製立體積木造型設計（為 B4 大小規格），包含立方體、長方體(含有兩面為正方形或各面均為長方形之長方體)、角柱和圓柱。面談者將立體型放置桌面上，兒童可隨意操弄觸摸。活動目的為瞭解兒童辨認單一圖形在整個立體造型中之影響因素。注意兒童易於將平面圖形名稱用語說明立體圖形，以及記錄兒童對於隱藏立體造型內之平面圖形的說法。

(六) 繪製圖形的能力

為瞭解兒童繪製圖形之能力，設計三種活動：兒童在白紙上隨手繪畫之基本圖形，以及在釘板上利用橡皮筋造圖，和在格點紙上畫的圖形，加以研判分析其狀況。

1. 在白紙上畫圖形

活動目的為瞭解兒童在白紙上如何畫圖形？圖形有無特別的地方？有否重畫？感到困難的地方？注意兒童畫圖之筆順，以及瞭解兒童重繪不滿意的原因。

2. 在釘板上以橡皮筋造型

活動目的為瞭解兒童在釘板上利用橡皮筋造圖的情形。訪談者事先圈出的各基本圖形的一邊，分為特殊狀況（底為水平）與一般狀況（底為斜置）。注意有無較特別的釘板造圖？又在兒童圈橡皮筋造圖形時，是否移動釘板？或者有無移動他自己的身體以利造圖？注意兒童在圈圈時是否數釘子？兒童拉橡皮筋感到困難時，訪談者請幫忙。

3. 在格點圖上畫圖形

活動目的為瞭解兒童在格點圖上畫圖的情形。訪談者事先畫出各基本圖形的一邊，分為特殊狀況（底為水平）與一般狀況（底為斜置）。注意有無較特別的格點造圖？兒童在畫圖時，是否計算格子？兒童畫一般狀況的圖形時，是否移動紙張？感到困難的地方在哪裡？

參、研究結果與討論

一、視覺辨認圖形之能力

(一)正方形之辨認

表 2 視覺辨認「正方形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
這個是什麼(圖形)？	標準用語	8	10	10	6	34
	非標準用語	0	長方形(1) 四角形(1)	四方形(1)	四方形(1)	4
	提示用語	磚塊(2)	0	0	0	2
	未答	0	0	0	0	0
	未問	0	0	0	0	0
你怎麼知道是……？	來源**	5	4	2	2	13
	未答	4	3	1	4	12
	特徵	正正的(1)	手指沿周畫出說應是這樣(1) 正正的(1) 邊都一樣(1) 四邊都一樣(1) 四角都一樣(1)	正正方方的(2) 有四條直線(1) 四邊都一樣(1) 四個邊都一樣(1) 有四個角用尺量四個角都一樣(1)	四邊都一樣(1) 方方的(1) 正正的(1) 正方方的(1)	
	未問	0	0	0	0	0
那	未答	4	2	2	2	10

些東西像...? ?	回答種類	冰塊 餅乾 電視 房子 窗戶	書櫃 書 紙 房子 時鐘 瓷磚 桌子 燈 地板 椅子 電視	瓷磚 電燈 房子 小冰箱 後殿窗戶 電視	手錶 玻璃 鐘 袋子 相框 窗戶 電視螢幕	
	未問	0	0	5	0	5

說明：*每一欄內之數字代表人數。

**「你怎麼知道是...?」的「來源」,是指兒童學習到「圖形名稱」的來源,大部分是指由老師、家長告知或電視看到、學到的。

物體的屬性很多,有的會回答材質、顏色一如「白色的板子」。大部分都能回答「形狀名稱」。由表 2,在辨認「正方形」部分,40 位兒童有 34 位都能說出「正方形」標準用語,2 位幼稚園不知道圖形名稱。在提示後說為「磚塊」,2 位國小一年級說為「長方形」與「四角形」,1 位國小二年級和 1 位國小三年級均說為「四方形」。

「為什麼你知道是正方形?」38 位小朋友有 11 位只是說出學習到圖形名稱的來源:「由老師、家人、或電視看過、學過而知道的」,大部分在追問之後也不能說出圖形之特徵。也有 8 位小朋友不知道如何回答。剩下的 19 位也只說出正方形的部分特徵而已:有 8 位說出邊相等,2 位說出角相等,1 位只指出為四邊形,其他 8 位都只用形容詞「正正的、方方的、正正方方的」來描述。19 位都不能說出正方形的性質,詳細說明如下:

(1) 一位幼稚園說出「正正的」形容詞說明。

(2) 5 位國小一年級分別說出部分特徵:「正正的」、「四角都一樣」、「四邊都一樣」、「邊都一樣」和「(手指)邊應是這樣」(似乎指邊長相等,但不能說明白)。

(3) 國小二年級有 2 位說出「正正的方方的」形容詞,有 4 位說出「四邊都一樣」,另外 2 位分別說明「有四條條直線」、「四個角都一樣」。

(4) 4 位國小三年級分別說出「方方的」、「正正的」、「正正方方的」形容詞,只有 1 位指出「四個邊都一樣」。正方形是指「四個邊都相等」(直角)的四邊形。

「那些東西像正方形?」被詢問的 35 位兒童有 10 位不能舉例,而 25 位兒童舉出形狀像正方形的計有:房屋建築類—房子、窗戶、磁磚、地板、玻璃。家庭用品類—電視、電視螢幕、小冰箱、電燈、桌子、椅子、書櫃、相框、時鐘、手錶。文具用品類—紙、方格紙、書、袋子。食物用品類—冰塊、餅乾。

(二)長方形之辨認

由表 3，40 位兒童 37 位使用「長方形」標準用語，只有 2 位幼稚園兒童不知道圖形名稱，經提示後說為「窗戶」；1 位國小一年級也不知道圖形名稱，經提示後說為「門框形」，另外 1 位用「四方形」來形容長方形；國小二年級 12 位和國小三年級 7 位都使用標準用語。

表 3 視覺辨認「長方形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
這個是什麼(圖形)?	標準用語	8	11	11	7	37
	非標準用語	0	四方形(1)	0		1
	提示用語	窗戶(2)	0	0	0	2
	未答	0	0	0	0	0
	未問	0	0	0	0	0
你怎麼知道是...?	來源**	3	4	3	2	12
	未答	4	3	1	4	12
	特徵	盒子也是(1) 排積木的(1) 長長的(1)	這邊比較長 這邊比較短(1) 因為他很長 這兩邊比較(3) 兩邊比較長 兩邊比較短(1)	長長的(2) 這樣是長的(1) 四邊不一樣長(1) 兩邊很長，兩邊很短(1) 有兩條直條線 長兩條短線短(1) 兩邊一樣長 兩邊一樣短(1)	兩邊一樣長(2) 一邊長一邊短(1)	
	未問	0	0	0	0	0
那	未答	2	1	0	0	3

些東西像...?	回答種類	冰箱 冷氣 黑板 門 餅乾 窗戶 盒子	冷氣 桌子 門框 窗戶 插座 盒子 書 書架 木頭 浴室 櫃子 色紙	書架 桌子 書 窗戶 磚塊 盒子 鉛筆盒 紙箱 冰箱	音響 車子 車牌 書 相機 相片 床 鉛筆盒	
	未問	0	0	5	0	5

說明：*每一欄內之數字代表人數。

**「你怎麼知道是...?」的「來源」,是指兒童學習到「圖形名稱」的來源,大部分是指由老師、家長告知或電視看到、學到的。

「爲什麼你知道他是長方形?」,詢問 38 位兒童,有 10 位只能說出是由「看到」、「學到」而知道這圖形名稱,不會說出圖形之特徵。也有 8 位兒童不知道如何回答。剩下 20 位也只說出長方形的部分特徵而已。全部 38 位兒童,沒有人指出「四個角都是相等的直角」,只有 3 位明確指出「二個對邊全等」;其他 15 位也只是說明「有兩個長邊,兩個短邊」「長長的」等形容詞;另外 2 位說「像盒子、積木」;剩 18 位都不能說出長方形的性質。詳細說明如下:

(1) 3 位幼稚園兒童分別用「長長的」、「像積木」、「像盒子」的形容長方形。

(2) 5 位一年級兒童也只是分別指出「兩邊比較長,兩邊比較短」或「長長的」來說明長方形。

(3) 國小二年級也有 5 位只是分別指出:「長長的」,1 位說「一邊長、一邊短」,另外 2 位說「兩邊一樣長,上下也一樣」。

「那些東西像長方形?」被詢問的 35 位兒童,3 位不能舉例,而 32 位兒童舉出形狀像正方形的計有:房屋建築類—門、門框、黑板、浴室、床、窗戶、磚塊、玻璃。家庭用品類—冷氣、插座、電視、音響、車、車牌、電視螢幕、冰箱、電燈、桌子、椅子、書、書櫃、相框、相機、相片。文具用品類—盒子、鉛筆盒、色紙、紙箱、書、袋子。食物用品類—餅乾。

(三)圓形之辨認

由表 4, 40 位兒童有 35 位使用「圓形」標準用語,只有 2 位使用「圓圈」;1 位一年級 1 位二年級使用「圓圓的」形容詞;另外 1 位幼稚園不知道名稱,經提示後說爲「月亮」。

「爲什麼你知道它是圓形?」,38 位兒童中有 7 位說是由「看到」「學到」圖形名稱,也有 7 位不能回答。剩下的 24 位說出的圓形特徵,有 19 位說它因爲是

「圓圓的」「彎彎的」，其中

(1) 4 位幼稚園分別舉例說：「像球、太陽、方向盤、輪子等圓圓的」。

(2) 7 位國小一年級說：「圓圓的」「圓形的」。

(3) 6 位國小二年級分別說：「很圓」「圓圓的」「彎彎的」，但另外 1 位說：「沒有邊也沒有頂點」，1 位說「都沒有角」。

(4) 三年級有 2 位分別說：「全部都是圓圈，沒有直線」「很像圓形的」，另外 2 位卻說：「四邊都沒有邊，也沒有頂點」。

「那些東西像圓形？」33 位兒童只有 2 位幼稚園說不出來，而說出的東西計有：自然界的太陽、月亮；身體類的頭、臉、眼睛；實物類的球、籃框、方向盤、輪子、紅綠燈、盤子、時鐘、手錶、眼鏡、電風扇、鍋、地球儀、桌子、花籃、錢、碗、扣子；及食物類的棒棒糖、餅干，另外還有玩具類的積木等。

表 4 視覺辨認「圓形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
這個是什麼 (圖形) ?	標準用語	11	10	7	35	
	非標準用語	圓圈(2)	圓圓的(1)	圓的(1)	圓的(1)* * *	5
	提示用語	月亮(1)	0	0	0	1
	未答	0	0	0	0	0
	未問	0	0	0	0	0
你怎麼知道是 · · ?	來源**	2	3	2	0	7
	未答	4	2	0	1	7
	特徵	像球 太陽 方向盤 輪子 圓圓的(4)	圓圓的(6) 他本來就是 圓形(1)	彎彎的(1) 很圓(1) 圓圓的(3) 沒有邊也沒有 頂點(1) 都沒有角(1)	全部都是圓 圈(1) 沒有直線(1) 四邊都很沒 有邊也沒有 頂點(1)	
	未問	0	0	0	0	0

那些東西像...?	未答	2	0	0	0	2
	回答種類	方向盤 頭 月亮 太陽 餅乾 球 棒棒糖 輪子	輪胎 臉 球 時鐘 手錶 眼鏡 電風扇 鍋 眼睛 積木 紅綠燈	輪子 時鐘 地球儀 錢 桌子 花籃 太陽	球 藍框 時鐘 月亮 車輪 釦子 太陽 碗 餅乾	
	未問	0	0	5	0	5

說明：*每一欄內之數字代表人數。

**「你怎麼知道是...?」的「來源」，是指兒童學習到「圖形名稱」的來源，大部分是指由老師、家長告知或電視看到、學到的。

***學生重複說兩次。

表 5 視覺辨認「三角形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
這個是什麼(圖形)?	標準用語	7	12	11	7	37
	非標準用語	尺之一種(1) 家.房子(1)	0	0	0	2
	提示用語	山(1)	0	0	0	1
	未答	0	0	0	0	0
	未問	0	0	0	0	0
你怎	來源**	2	3	3	0	8
	未答	4	4	1	0	9

麼知道是...？	特徵	像魚(1) 房子(1) 三明治(1) 三 角形(1)	摸三角形的邊 說：這樣子(2) 有三個角(3)	有三個角(3) 有三個邊 三個頂點(2) 有三個邊(1) 三個邊、三個 角(1) 有三個 角 有三個邊(3) 三個頂點(2) 有三個邊(1) 三個邊、三個 角(1)	三個頂點 三個邊(1) 三個角(1)	
	未問	0	0	0	0	0
那些東西像？	未答	2	3	2	2	9
	回答種類	房子 屋頂 聖誕樹 山 魚 城堡 三明治	山 蛋糕 拼圖 衣架 三明治 尺 積木	山 三角鐵 積木 屋頂 尺	內褲 錶 房子頂端 山	
	未問	1	0	5	0	6

說明：*每一欄內之數字代表人數。

**「你怎麼知道是...？」的「來源」，是指兒童學習到「圖形名稱」的來源，部分是指由老師、家長告知或電視看到、學到的。

(四)三角形之辨認

由表 5，40 位兒童有 37 位使用「三角形」標準用語，只有 3 位幼稚園不知道「三角形」名稱，分別使用「尺」(意思指三角板)，「家(房子)」與「山」為代表。

「你為什麼知道他是三角形？」，38 位兒童在辨認三角形時，有 17 位不能說明其性質，另有 6 位利用舉例方式說明它的形狀，只有 15 位會說出「三邊」或「三角」或「三頂點」之用語。38 位兒童中有 8 位只能說出由「看到」「學到」知道此名稱，另外也有 9 位不能回答。剩下 21 位所說的三角形特徵為：

- (1)幼稚園以舉例分別說：「像三角板」、「像房子」、「像魚」和「像三明治」。
- (2)有 2 位說：「有三邊」，有 3 位說：「有三個角」。
- (3)有 1 位說：「有三邊」，有 3 位說：「有三個角」，有 2 位說：「有三個邊，

三個頂點」，另外 1 位說：「三個邊，三個角」。

(4)年級兒童中有 2 位也以舉例說：「像三角形架子」來形容三角形，有 2 位指出「有三個角」，另外 1 位說：「有三個頂點，三個邊」。

「那些東西像三角形？」被詢問的 32 位兒童有 9 位不能舉例，23 位兒童舉出形狀像三角形的計有：山、房子、屋頂、城堡(卡通畫)、聖誕樹、衣架、內褲、三角鐵、錶、魚、尺(三角板)、三明治、蛋糕、積木和拼圖等。

(五)菱形之辨認

由表 6，40 位兒童只有 11 位知道「菱形」名稱，其中各年級知道的比例分別為：幼稚園(2/10)、國小一年級(3/12)、國小二年級(4/11)、國小三年級(2/7)。有 14 位不會回答，所使用的用語；4 位幼稚園為：「飛機」、「汽車(雷諾商標)」、「星星」、「翹翹板」；國小一年級有 2 位用「四角形」，1 位用「紅的撲克牌(指紅磚)」；國小三年級有 1 用「鑽石」，1 位用「不等邊的四邊形」。

「你怎麼知道是菱形？」38 位兒童在辨認「菱形」時，由於大部分尚未學過，只有 10 位說出部分菱形的屬性，但都不充分，1 位指出像玩具的形狀，有 5 位也只是說「邊斜斜的」而已。有 8 位說出「看到」、「學到」知道此名稱，有 20 位不會回答，只有 10 位說出其性質：

(1) 1 位幼稚園說：「因為像教室中的玩具」。

(2) 一年級約有 2 位以手指比劃指四個邊說：「因為這樣……(意指四個斜邊)」，1 位說：「有四個角」。

表 6 視覺辨認「菱形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
這個是什麼(圖)	標準用語	2	3	4	1	10
	非標準用語	飛機(1) 汽車(1)	四角形(2) 翹翹板(1) 很像長方形 有翹翹的(1)	四邊形(3) 四角形(1)	不等邊的四 邊形(1)	11
	提示用語	星星、翹 翹板(2)	0	紅的(撲克牌) (1)	鑽石(1) 磚塊(1)	5

形) ?	未答	4	6	2	2	14
	未問	0	0	0	0	0
你 怎 麼 知 道 是 . . ?	來源**	2	2	3	1	8
	未答	6	7	3	3	19
	特徵	教室玩具 (1)	手指四邊說： 這樣—— (意旨四個斜 邊)(2) 有四個角(1)	這兩個邊斜斜 的這兩個邊也 斜斜的(1) 這邊斜斜的(1) 有四個邊(1) 有四個頂點(1) 有四個角、四個 邊，但形狀不一 樣(1)) 四個邊斜 斜直直的， 不像剛才直 直的(1)	
未問	0	0	0	0	0	
那 些 東 西 像 . . ?	未答	6	3	5	2	16
	回答種類	橄欖球 翹翹板 汽車 春聯	有的門上面 有裝飾 磚塊 尺 風箏 鑽石 大象的頭	春聯	內褲 錶 房子頂端 山	故事書 圖案 鑽石 汽車牌
未問	0	0	4	0	4	

說明：*每一欄內之數字代表人數。

**「你怎麼知道是...?」的「來源」，是指兒童學習到「圖形名稱」的來源，大部分是指由老師、家長告知或電視看到、學到的。

(3) 5位國小二年級分別說明：「有四個頂點」、「有四個邊」、「這邊斜斜的」、「這兩邊斜斜的，這兩邊也是斜斜的」和「有四個角，四個邊，但形狀不一樣（意指與長方形等不同）」。

(4) 三年級只有1位說：「四個邊斜斜的，不像剛才(長方形)直直的」。

「有那些東西像菱形?」，34位被詢問的兒童中有18位不能舉例說出像菱形的東西。16位舉出例子計有：(雷諾)汽車牌、鑽石、春聯、風箏、翹翹板、橄欖球，大象的頭、磚塊、尺、門上裝飾、故事書圖案。

(六)視覺辨認圖形能力之結論

兒童知覺外在周遭的環境的程度，影響其對圖形認知概念的學習。兒童舉例說明有哪些東西是像某種圖形時，都是與其生活環境的物品的輪廓或部分屬性有所關連。

兒童在描述圖形時，如果不知道圖形名稱時，常以知覺的「形容詞」描述之。如正方形使用「正正方方的」，長方形是「門框、長長的、像盒子」，圓形是「圓圓的、彎彎的」，三角形是「像山、尖尖的」菱形是「鑽石、斜斜長長的」。

兒童說明圖形之性質時，都是以整理性的知覺思考，而常以舉例方式比擬說明圖形，或只說出圖形的部分特徵。

二、觸覺辨認圖形之能力

(一)正方形之辨認

由表 7，詢問 39 位兒童「摸到了什麼？」除了 1 位沒有回答之外，其餘均回答正確。「你為什麼知道是正方形？」38 位兒童中，有 9 位只是說：「因為我用摸就知道了」；其餘 29 位兒童均能說出原因，比在視覺辨認部分(有 19 位)更多人說出正方形的性質。只有 1 位說出「四個角，四個邊一樣」，8 位指出「四邊一樣長」，12 位說明：「有四個邊」或「有四個角」，另外 8 位用形容詞「正正的」、「方方的」、或舉例「像書本」、「像窗戶」等來描述正方形，其餘有 9 位不能說出正方形的性質，詳細說明如下：

(1) 幼稚園中有 2 位分別舉例說：「因為像磚塊」、「像窗戶」，另外 2 位指出：「有四個角」、「有四個尖尖的角」。

(2) 一年級中有 2 位說：「正正的」，1 位說：「正的，像書本」，4 位分別指出：「四個邊」、「四個角」、「四個直直的或長長的邊」，只有 1 位指出：「四邊都一樣(長)」。

(3) 二年級中有 2 位說：「正正的」，3 位分別說：「四個邊、四個角」、「四條直線」、「正正的四個角」，而有 5 位指出：「四邊都一樣長」。

(4) 7 位國小三年級中 1 位說：「正正方方的」，3 位說：「很平，四個角」或「四個角」，而有 2 位說：「四邊一樣長」，只有 1 位說：「四個角，四個邊一樣」。

表 7 觸覺辨認「正方形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計

正 方 形	正確	9	11	11	7	38
	用摸的	5	3	1	0	9
	其它原因	相磚塊(1) 窗戶(1) 四個尖尖的 角(1) 四個角(1)	正的，像書(1) 正正的(2) 四個長長的 (1) 四個直直的 (1) 四邊都一樣(1) 四個邊 四個角(1) 四個角(1)	一樣長，短短 的，小小的(1) 正正的(3) 有四條直線(1) 四個邊 四個角(3) 四邊一樣(2) 四個邊一樣 長，四個角正 正的(1) 正正的四個角 (1)	很平四個角 (2) 正正方方的 (1) 四邊都一樣 長沒有歪的 (1) 摸到四個角(1) 四邊一樣長 四個邊(1) 四個角每邊 一樣長(1)	
	未 答	0	1	0	0	1
	未 問	1	0	0	0	1

說明：*每一欄內之數字代表人數。

(二)長方形的辨認

由表 8,「摸到什麼？」39 位兒童,除了 2 位沒有回答外,其餘的都回答正確。

「你為什麼知道是長方形?」,37 位兒童中只有 5 位不能說出長方形的性質,其餘 32 位都能說出原因,而在視覺辨認時高達 18 位並不能說出其性質。37 位回答「摸到長方形」的原因中,只有 11 位完全指出「對邊相等(角)很直」,以及 1 位指出「對邊相等」,有 11 位只指出:「有二長邊,二短邊」,2 位指出:「有 4 個邊,四個角」,另外 17 位用形容詞「長長的」、「有長有短」或舉例「像門」、「像窗戶」來描述長方形,其餘 5 位只知道「長方形」名稱,不能說出其性質。詳細說明如下:

(1) 在幼稚園中有 2 位舉例說「像門」、「像窗戶」,有 2 位指出:「有長長的,長長的角」,另外 2 位說:「感覺很平」、「有長、有短」。

(2) 一年級有 5 位指出:「長長的」、「很長,比較長」,另外 5 位指出:「兩邊長、兩邊短」或「有長長的,有短短的」。

(3) 二年級中有 5 位指出:「長長的」、「好長(用手指比劃)」、「兩條長長的」,

2 位指出：「兩邊長，兩邊短」，2 位指出：「四邊，四個角」，只有 1 位指出：「兩邊長長的，上下一樣長(用手指比劃)」。

(4) 6 位國小三年級兒童中有 1 位指出：「長長的」，4 位說明：「有兩個長邊，兩個短邊」，只有 1 位提到：「上下左右一樣長，並且(角)很直」。

表 8 觸覺辨認「長方形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
長	正確	9	12	11	7	39
	用摸的	2	1	1	1	5
方	其它原因	窗戶(1) 門(1) 感覺很平(1) 有長有短(1) 長長的、尖尖的角(1)	長長的(4) 直直的(1) 兩邊長兩邊短(3) 長長的短短的(2) 很長比較長(1)	兩邊長長的上下一樣長(1) 好長——(用手比)(1) 長長的(3) 兩條長長的(1) 四邊四個角兩邊長(3)	上下左右一樣長很直(1) 兩邊比較長(2) 兩邊比較短 四個角邊邊和上面不一樣(1) 長長的(1) 一邊很長 一邊很短(1)	
		未答	1	1	0	0
形	未問	1	0	0	0	1

說明：*每一欄內之數字代表人數。

(三)圓形之辨認

由表 9，39 位兒童「摸到什麼？」除了 1 位沒有回答外，其餘的都回答正確。

「你為什麼知道摸到的是圓形?」，有 11 位只是說：「用摸的就知道了。」指不出其性質，在視覺辨認部分有 14 位不能說出原因。38 位兒童在辨認圓形時，有一半的人數用形容詞「圓圓的」來描述它，另外 7 位與長方形比較說「沒有角」、「沒有邊」等，1 位提到它的一個功能：「可以滾」(此位三年級兒童在視覺辨認活動時並未提及)，其餘 11 位就沒有提到圓形的性質了。詳細說明如下：

(1) 在 27 位提到的原因中，有 19 位說它是：「圓圓的」、「彎彎的」或「像太陽是圓的」，其比例分別為幼稚園(4/6)，國小一年級 (6/8)，國小二年級 (9/9)，國

小三年級(0/4)。

(2) 另外 2 位幼稚園分別說：「沒有尖尖的」、「摸到(圓)"角"的地方」。

(3) 2 位一年級分別說：「沒有角」、「沒有邊」。

(4) 3 位三年級分別說：「沒有角」、「沒有長長直直的線」、「沒有直直的(線)、尖尖的角」。

(5) 1 位三年級卻提到：「可以滾」。

表 9 觸覺辨認「圓形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
圓 形	正確	10	12	11	7	40
	用摸的	4	3	1	3	11
	其它原因	像太陽(1) 圓圓的(1) 摸到“角”的地 方(1) 沒有尖尖的(1) 圓的(2)	圓圓的(5) 沒有邊(1) 圓形的(1) 沒有角(1)	彎彎的(1) 因為他很圓(1) 圓圓的(7)	沒有直直尖尖的 (1) 可以滾(1) 沒有角(1) 沒有長長直直的 線(1)	
	未答	0	0	1	0	1
	未問	0	1	0	0	1

說明：*每一欄內之數字代表人數。

(四)三角形的辨認

由表 10，39 位兒童：「摸到了什麼？」除了 3 位沒有回答外，其餘的都回答正確。「你為什麼知道摸到的是三角形？」時，只有 9 位不能說出原因，只是說「用摸的就知道是三角形了」，在視覺辨認時高達 17 位不能說出三角形的性質。詳細說明如下：

(1) 在 27 位提到的原因中，只有 1 位國小二年級的學生舉例說：「像山」，同時提到「有三個邊，三個角」約有 6 位(其所佔反應原因的比例國小二年級 4/9、三年級 2/5)，而提到「有三個角」或「三個尖尖的角」的有 15 位(幼稚園 2/3、國小一年級 6/10、國小二年級 4/9、國小三年級 3/5)，只提到「有三個邊」的是 1 位國小一年級。

(2) 其餘的只提到角或邊的性質，而沒有指出邊或角的數目來約有 4 位：(幼稚園 1 位，國小一年級 3 位)「一邊斜斜，一邊平平的」、「有尖尖的」、「有線而且有尖尖的」、「一邊長，一邊不是長的」。

表 10 觸覺辨認「三角形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
三 角 形	正確	10	12	11	7	40
	用摸的	5	1	1	3	10
	其它原因	有三個尖尖的角(1) 一邊斜斜的，一邊平平的(1) 三個角(1)	三個角(4) 三個邊(1) 有線而且有尖尖的(1) 尖尖的(1) 尖尖的三個角(2) 一邊長一邊不是長的(1)	像山(1) 三個角三個邊(4) 三個角尖尖的(2) 三個角(2)	三個角(3) 三個尖尖的三個邊(1) 三個角 三個邊(1)	
	未答	2	1	0	0	3
	未問	0	0	1	0	1

說明：*每一欄內之數字代表人數。

(五)菱形之辨認

由表 11，36 位兒童「摸到了什麼？」除了 3 位沒有回答外，其餘的都回答正確。「你為什麼知道摸到的是菱形？」只有 8 位只是表示「因為摸的就知道」不會說出原因，而在視覺辨認時高達 28 位不能描述他看到的菱形的性質。36 位兒童辨認菱形時，都沒有人指出「四邊相等」，2 位舉出像鑽石形狀，8 位提到四邊或四角的數目，14 位提到它的邊「斜斜的」或角「尖尖的」的特徵，1 位提到可由三角形組合成。詳細說明如下：

(1) 25 位提到的原因中，只有 2 位國小二年級的學生提到：「像鑽石」；另 1 位國小二年級提到：「有四個邊、四個角、四個頂點」。有 7 位提到有「四個角」、「四個邊」或描述此四角、四邊的性質：「兩個尖尖的角，兩個不很尖的角」、「四

個尖尖的角」、「有四個角，比長方形長」、「有四個角，還有很長的線」等，(其所佔反應原因之比例國小一年級 3/7、國小二年級 3/10、國小三年級 1/3)。

(2) 另外 14 位只是描述菱形部分特徵，沒有提到邊數或角數：「尖尖的」、「摸到角」、「長長歪歪的」、「斜斜的、刺刺的」、「長長尖尖的」、「比較長、比較尖」、「兩邊長長的」、「像三角形斜斜的」等 (其所佔反應原因的比例幼稚園 5/5、國小一年級 4/1、國小三年級 4/10、國小三年級 1/3)。最後有 1 位國小三年級兒童認為菱形是由二個三角形組合成：「一邊很像三角形，下面還有一個三角形」。

表 11 觸覺辨認「菱形」結果統計表

項目	反應狀況	幼稚園 (10)*	一年級 (12)	二年級 (11)	三年級 (7)	合計
菱 形	正確	10	1	11	7	29
	用摸的	3	0	1	2	6
	其它原因	有點凹凹的斜斜的刺刺的(1) 尖尖的(2) 常常歪歪的(1) 摸到“角”(1)	斜斜的(1) 尖尖的有四個邊(2) 有四個角還有很長的線(1) 兩邊長長的(1) 兩邊尖尖的(1) 像三角形斜斜的(1)	鑽石形(2) 斜斜的(1) 邊斜斜的(1) 有兩個尖尖的角 兩個不是很尖的角(2) 長長尖尖的(2) 兩邊長中間短(1) 四個尖尖的角(1) 四個邊，四個頂點，四個角(1)	一邊很像三角形，下面還有三角形(1) 有四個角比長方形長(1) 比較長 比較尖(1)	
	未答	1	2	0	0	3
	未問	1	1	0	2	4

說明：*每一欄內之數字代表人數。

(六)觸覺辨認圖形能力之結論

兒童在觸覺辨認圖形之能力，大致說來都比在視覺上辨認圖形的構造，來得清楚而豐富。有些圖形的特徵，在視覺上察看時不能予以說明描述，而在觸覺時反而能感受得知，或許是「集中心智，心無旁騖」之故，不易受到外在之干擾。

三、圖形分類之能力

將 13 片圖形包含：正方形 2 片(S1 大、S2 小)、長方形 3 片(R1 大、R2 瘦長、R3 中胖)、圓形 2 片(C1 大、C2 小)、三角形 4 片(T1 大鈍三角形、T2 中銳三角形、T3 小直角三角形、T4 小正三角形)和菱形 2 片(RH1 大、RH2 小)。

(一)標準型分類

39 位兒童在做圖形分類時，有 20 位一開始就分成標準型，指依圖形種類分成五堆：正方形 $\langle S1 + S2 \rangle$ 、長方形 $\langle R1 + R2 + R3 \rangle$ 、圓形 $\langle C1 + C2 \rangle$ 、三角形 $\langle T1 + T2 + T3 + T4 \rangle$ 和菱形 $\langle RH1 + RH2 \rangle$ 。檢驗：「爲什麼這樣分?」，兒童認爲：「因爲它們都是 xx 形啊！」檢驗：「爲什麼不能放在一起?」，兒童認爲：「圖案不同啊!」，或者有的進一步指出：「有三個角，有四個角不能放在一起」。或者「四邊是斜斜的，邊都是直直的，不可放在一起。」，或者「四邊都一樣，不能放成一堆。」

(二)非標準型分類

35 位兒童在圖形分類時，也有一半(19 人)的兒童在一開始不是分成標準型，各年級的人數比例，分別爲：幼稚園 8/10，國小一年級 3/11，國小二年級 4/11，國小三年級 4/7。這些不同的想法大致可區分如后：

1. 對三角形之分類有不同看法，將四片三角形 T1，T2，T3 與 T4，再分成兩類：

(1) (T4) 與 (T1+T2+T3) 分開，幼稚園、國小二年級和國小三年級各有一位兒童都認爲 T4(正三角形)與其他三個不同，應該分開。

(2) (T1+T4) 與 (T2+T3) 分開，幼稚園、國小二年級和國小三年級也各有一位兒童都認爲：T1 大的鈍角三角形與 T4 正三角形爲一類，另外 T2 中的銳角三角形與 T3 小的直角三角形爲另一類。或許受到視覺影響。

(3) (T1+T3)與(T2+T4)分開，國小二年級和國小三年級各有一位兒童認爲 T1 與 T3 應在一起，而 T2 與 T4 另成一堆。或許受到視覺影響。

2. 依據兩個圖形部份特徵相同與否加以分類：

(1) 菱形 RH 與三角形 T 爲同一類，一位幼稚園兒童認爲 RH1 和 T1 爲同一類，因爲 RH1 之一半似乎就是 T1，認爲 RH2 之一半似乎也就是 T2。又一位國小一年級的認爲 RH 與 T 都是尖尖的，所以放在一起，另一位國小一年級的卻認爲菱形 RH 可由二個三角形 T 組合而成，故可以放在一起。又一位國小三年級兒童認爲 T1 角形之一斜邊與菱形 RH 之邊很「像」，所以可以放在一起。

(2) 正方形 S2 放到長方形 R1 上恰好佔一半位置，兒童認爲正方形也可放入

長方形堆中。

(3) 直角三角形 T4 與長方形 R3 可放在一起，此位幼稚園兒童或許看到「直角」緣故。

3. 依據兩個圖形之大小在感覺上之不同而加以分類

(1) 一位幼稚園兒童認為長方形 R1，比<R2+R3>看來大得多應該分成成兩類。

(2) 同樣，一位幼稚園兒童也認為大正方形 S1 應與小正方形 S2 分開。

(3) 一位國小三年級兒童認為<T1+RH2>在一起，但<RH1+R2>也在一起;是因爲它們尺寸在視覺上類似同樣大小。

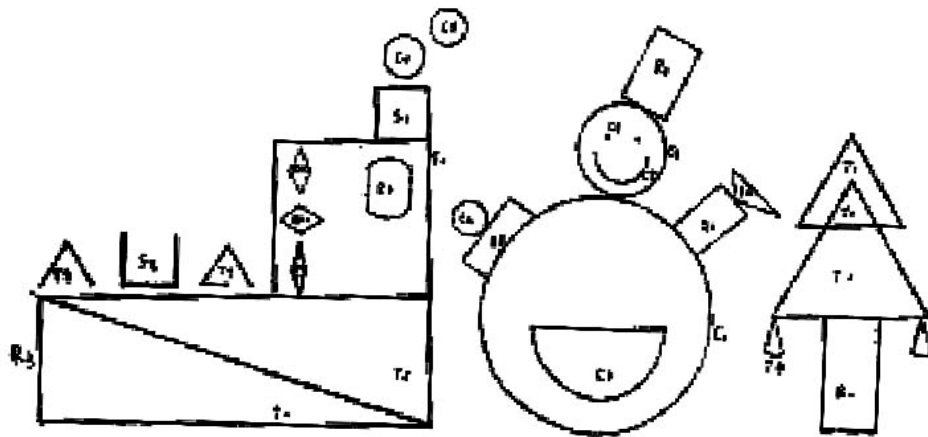
4. 依據圖形之邊長加以分類:一位國小三年直接以邊長來分類爲圓形 <C1+C2>，三角形<T1+T2+T3+T4>與四邊<SI+S2+R1+R2+R3+RH1+RH2>。

5. 兒童運用想像力編排圖案造型:有兩位幼稚園兒童分別將圖形片分類編成房子、車子、人、蝴蝶、長頭鹿等，並敘述故事說明之。

(三)圖形分類能力之結論

兒童在做基本圖形分類時，由於只是受到兩個圖形部分特徵是否相同之影響而錯誤分類；或是單憑兩個圖形之大小在感覺上之異同而分類；而對於特殊的三角形，如正三角形、直角三角形有著與其他三角形顯然不同的看法。

四、平面圖案造型辨識之能力



詢問兒童看到那些圖形，說出各圖形稱呼並指示位置所在。每種圖形都設計

兩種造形；基本造形（正方形有 S1、S2，長方形有 R1、R2、R3，圓形有 C1、C2、C3、C4、C5，三角形 T1、T2、T3、T4、T5、T6，菱形有 RH1、RH2、RH3），以及非基本造型（不是正方形的 S3，不是長方形的 R4、R5、R6，不是圓形的 C6、C7、C8，不是三角形的 T7、T8、T9）。研究者記錄兒童是否指出所有的基本造形，又對於不是基本造形的情況，加以詢問：「爲什不是？」。

(一)基本造形部分

40 位兒童在辨認基本造形，絕大部分都毫無困難確認出。

1. 對於大小「正方形」S1 與 S2，都沒有困難指認。

2. 對於「長方形」有一位幼稚園對於斜置的 R2 太小，不算是長方形；各有一位國小一年級及二年級兒童認爲 R3 由兩個三角形 T5 及 T6 組合，首先不認爲 R3 是長方形(T6、T5)，後來再經確認 R3 之四周，才能指認 R3 爲長方形。

3. 對於所有「圓形」，C1~C5 都能指認「正確」。

4. 但對於「三角形」，有三位「不能確認」。「不能確認的」中幼稚園，國小一年級和國小二年級各有一位，幼稚園的認爲：「T4 斜斜的，必須轉過來看，像三角板一樣，才算是三角形」，國小一年級和二年級認爲：「T5 和 T6 不能算是三角形，T5、T6，長長的、胖胖的。」另外一位幼稚園首先「將 T1 認爲菱形，經再確認後才說是三角形。」

5. 至於「菱形」RH1~RH3，40 位兒童中除 31 位認爲：「RH3 太扁了，不算菱形。」，其他的都指認正確。

(二)非基本造形部分

對於非基本造形的情況，分析如后：

1. 非正方形，33 位兒童中只有 1 位幼稚園認爲它也是正方形，其他 32 位都認爲它不是正方形，所說明的原因是：「上面少一橫」、「再加一橫就是了」、「像注音符號」、「桿子形」等。有一位二年級兒童居然說：「它不是“形”，或者可叫桶子形。」

2. 非長方形 R4、R5 之差別在底邊弧線 R4 比較 R5 不清楚。40 位兒童位認爲 R4 也是長方形，也有 7 位沒有回答，不會判斷的比例是幼稚園 4/10，國小一年級 5/12，國小二年級 2/11，國小三年級 3/7，但有 26 位認爲它不是。而對於 R5，40 位兒童中有 5 位認爲它也是長方形，也有 6 位沒有回答，不會判斷的比例是幼稚園 4/10，國小一年級 4/12，國小二年級 1/11，國小三年級 2/7，故計有 29 位認

為它不是長方形。認為不是的理由，都是認為：「下面彎彎的」、「圓圈圈擋住的」、「下面沒有直直的」。

3. 非長方形 R6，32 位兒童中有 5 位認為它是長方形，有 1 位沒有回答，不會判斷的比例是幼稚園 2/8，國小一年級 2/9，國小二年級 0/9，國小三年級 2/6。20 位兒童認為不是長方形的原因：「上下圓圓的」、「上下彎了」、「沒有直直的」。各有一位國小二、三年級兒童將它命名為「圓柱形」。

4. 非三角形 T7，30 位兒童中只有 2 位認為 T7 也是三角形，(幼稚園和二年級各一位)，但其他 28 位都說 T7 不是三角形，因為：「少了一橫」、「差一點點的三角形」、「有點像，可是缺一點點」、「沒有連接」、「再加一點就是」。28 位都說不是，理由是：「下面差一橫」、「再加一橫就是」、「有點像，可是缺一樣」、「不是“形”」。

5. 三角形 T9，37 位兒童中，只有 2 位國小一年級認為它也是三角形，另外 1 位幼稚園沒有回答；其餘 33 位都說不是，因為：「下面沒有直直的」、「彎彎的」、「下面圓的」、「如果直直的，就是」、「它是水滴形」、「西瓜形」。

6. 非圓 C6 和 C7，36 位兒童中只有一位二年級認為 C6 也算是圓形，另外一、二年級也各有一位沒有回答，其餘 33 位都認為 C6 不是圓形，原因是：「它是半圓」(有 14 位)，「橢圓形」(3 位)，「只有一半」、「再畫半圓就是」、「不是圓形，很像一個東西」、「像西瓜」、「肚子」等。又 32 位兒童中也只有幼稚園、國小一、二年級各有一位對於 C7 不會答，其他 29 位都認為不是。「如果 C6+C7 就是了」、「不是圓形，跟半圓形也不一樣」、「是半圓形」、「是嘴吧」、「只有一半，上面少一橫」等。

7. 非圓 C8 本來是一“點”作為眼睛，但“點”的大小要多大兒童才認為它是圓呢？詢問 27 位兒童中有 2 位不曾回答外，其餘的答案大部分帶有條件：「如果眼睛，也算是」、「有“點”圓就可以算」、「眼睛圓圓的」、「太小了」。另外一位幼稚園：「本來認為 C8 是圓，但後來堅持太小了，不喜歡，所以不算是圓形」。

(三)平面圖案造型辨識能力之結論

兒童在辨認基本造形，絕大部分都毫無困難確認出。但是，再次驗證他們都以視覺觀點描述，而不是用圖形特徵去分析；並且也受到空間位置知覺與客觀知覺的影響。

五、立體造型辨認圖形能力

(一)『看起來像什麼?』

整個模型 40 位兒童看起來，有一半的人 (20 人)說看起來像城堡，有 4 人說看起來像城門，有 6 人說像房子。

(二)『在那裡有 xxx (圖形名稱)』

1. 全部的兒童都能指認出有五種基本圖形：正方形、長方形、圓形、三角形、和菱形。

2. 由於此立體造型不能拆開，有些圖形隱藏在立體看不到的面，兒童大部分也都確認看不到的「長方形」面之形狀：

(1) 有 12 位兒童指認出看不到的「圓形」面，其中幼稚園 4 位，國小一年級 2 位，國小二年級 4 位，國小三年級 2 位。

(2) 有 17 位指認出看不到的「長方形」面，其中幼稚園 4 位，國小一年級 2 位，國小二年級 5 位，國小三年級 4 位。

(3) 至於看不到的「半圓形」面，也有 28 位指認出，其中幼稚園 8 位，國小一年級 8 位，國小二年級 7 位，國小三年級 5 位。

3. 一體有多面，兒童是如何說出他所看到的立體之面呢？

(1) 一圓柱體之兩底，才是圓形，其側面為曲面，40 位兒童中有 16 位將「圓柱」視為「圓形」，其人數比例分別為幼稚園 6/10，國小一年級 5/12，國小二年級 3/11，國小三年級 2/7；有一位國小一年級稱圓柱體之柱面為「圓體」。另一位一年級兒童「圓柱」說「直的圓形」。

(2) 一長方形之各面為三對「長方形」或有一對「正方形」，將一長方形之底為「正方形」也說為「長方形」者共 10 位，人數比例為：幼稚園 4/10，國小一年級 2/12，國小二年級 3/11，國小三年級 1/7。

(3) 一個三角柱之底為「三角形」，其側面為「長方形」，但將其視為三角形的也有 10 位，人數比例為幼稚園 4/10，國小一年級 3/12，國小二年級 2/11，國小三年級 1/7。有一位幼稚園兒童將此三角柱之「三角形」面說為「尺形」(因為認為像直角三角板)而「長方形面」說為「滑梯形」，也是視覺的觀點。

(4) 一個菱形柱的底為「菱形」，其側面為長方形，但也有 14 位兒童將其側面視為「菱形」，其中人數比例為幼稚園 4/10，國小一年級 3/12，國小二年級 4/11，國小三年級 3/7。

(三)立體造型辨認圖形能力之結論

由於兒童不熟悉「立體圖形」之名稱用法，而在描述「一物多面」時常受到此物體較顯著一面的影響。例如三角形柱體，當兩底面(三角形)較大時，對於其側面(長方形)較小時，將此側面亦描述為「三角形」。

六、繪製圖形的能力

(一)在白紙上畫圖形之能力

研究者在 B4 的白紙上端畫上五種基本圖形：正三角形、圓形、正方形、菱形和長方形。請兒童直接在每一圖形下方，不借助工具以簽字筆徒手畫出圖形。由於兒童對於上述五種基本圖形之特徵，並沒有十分清楚瞭解，所畫的圖形都是兒童在視覺上感到整體外觀上差不多一樣就滿意了。而不會去注意到邊是否相等？或是角是否為直角？

1. 所畫之「三角形」，大部分都畫出「水平」之底，(除了一位國小二年級所畫之底不是水平)，圖形都是封閉，在視覺上也接近正三角形。但有一位幼稚園和國小二年級兒童畫成垂足在右的直角三角形，另外一位幼稚園兒童先畫成直角三角形，然後在研究者的詢問：「滿意嗎？」再修正為正三角形。

2. 雖然沒有工具使用，但是 40 位兒童隨手所畫之「圓形」，大多數「蠻」圓的，也都是封閉的，除了約 6 位畫得比較「扁圓」，約 2 位比較不圓滑，有 1 位幼稚園畫得沒有封閉。有 1 位國小三年級第一筆由右至左畫出半圓，不能一筆完成，只得重畫由右至左才完成。

3. 畫「長方形」時，由於線段比較長，幼稚園兒童或許由於手眼協調緣故，不少是分段完成畫邊且不是直線。同時絕大部分都沒有畫出四個直角，一般而言，隨著年級愈高，畫出來的直角數也愈多，大多數在左上角或右上角都不是直角，而成銳角狀況。由於並沒有要求畫同樣大小的長方形，故大部分都不注意尺寸大小。

4. 40 位所畫出的「正方形」，約有 15 位畫成「長方形」或「梯形」，並且四個直角頂，大部分在收筆時的角才畫為銳角，這種情況比長方形好得多，或許是因沒有「長方形」的長邊要畫較困難，比較不好收筆。

5. 「菱形」是最不好畫的，大部分都要分二筆以上才能完成。從幼稚園到國小三年級都有人不能完成，



而且大部分完成之圖形約有 22 位都畫成「箏形」，沒有注意到四邊相等。大概只有約 13 位所畫之圖形，在外觀上看來比較像菱形。

(二)在釘板上造圖之能力

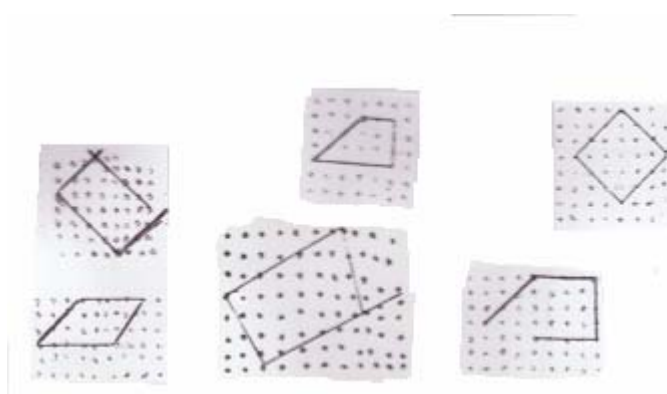
研究者將釘板放在兒童面前，每次在釘板上先用橡皮筋圍成一正方形（或一長方形、或一三角形、或一菱形）之一邊，而要求兒童利用另外的橡皮筋圍出此形狀來。研究者事先所圍成的一邊，分兩種狀況：(1)正置狀況：表示所圍的邊與釘板之邊互相平行。(2)斜置狀況：表示所圍成的邊與釘板之邊不互相平行。全部研究對象共 32 位其中幼稚園部分限於兒童之體力負擔，只實施了 3 名兒童。

1. 在『長方形』和『三角形』兩種位置上的操作與實作，各年級 32 位兒童都完全正確。

2. 國小一年級兒童在「正方形」正置狀況的操作都比其他年級差，原因不清楚。各年級通過的比例分別為：幼稚園 3/3，國小一年級 6/11，國小二年級 10/11，國小三年級 6/7。操作不正確的原因是沒有注意到四邊相等必須計算釘子數。

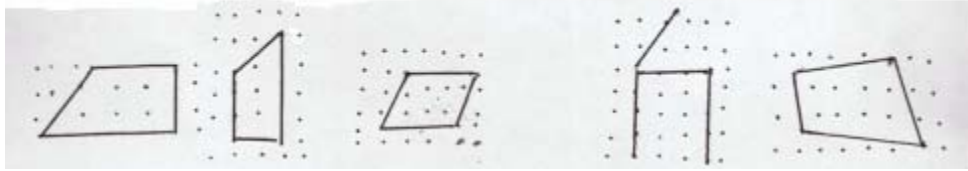
3. 國小二、三年級兒童對於斜置「正方形」、斜置「長方形」和「菱形」的操作表現明顯比一年級好。

4. 對於斜置「正方形」的操作正確比例分別是幼稚園 3/3，國小一年級 4/11，國小二年級 9/11，國小三年級 6/7，錯誤的情形是沒有注意到『邊長相等』和『直角』，甚至有不能完成封閉圖形者。如下列各圖：



5. 對於斜置「長方形」的操作正確比例分別是幼稚園 3/3，國小一年級 7/11，國小二年級 10/11，國小三年級 6/7。錯誤的情形是沒有注意「直角」和「對邊相

等」。如下列各圖：



6. 對正置「菱形」，幼稚園沒有人正確，國小一年級操作正確比例 1/11，國小二年級為 7/8，國小三年級為 4/7。而對於斜置「菱形」，操作正確之比例為幼稚園 1/3，國小一年級 2/11，國小二年級 5/11，國小三年級 4/7。錯誤的原因是沒有注意「各邊相等」。如下列各圖：



7. 大部分兒童對於「斜置狀況」，為使利於操作緣故，幾乎都是將釘板移動，使圖形成為「正置狀況」比較容易解決問題。

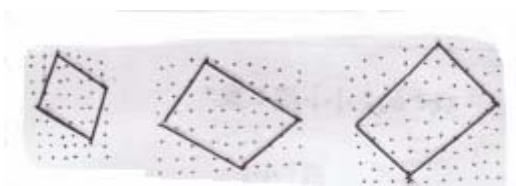
(三)在格點紙上畫圖之能力

研究者利用方形格點紙，將正方形、長方形、三角形和菱形，各先畫出一邊，請兒童利用直尺將其他邊畫出來。事先給予的一邊分為兩種情況：平行於格點底邊(正置狀況)，以及不平行於底邊(稱為斜置狀況)。

1. 由於在釘板上作圖，可容易嘗試錯誤，而在格點紙上畫圖較不容易移動底板，以及直線畫不直，沒有注意格點數，故在格點上畫圖正確率較低。

2. 對於正置「長方形」和「三角形」的兩種位置上的操作絕大部分正確。除了一位一年級將「長方形」斜置成「平行四邊形」(差了一格點)。

3. 對於斜置「長方形」的操作，幼稚園和國小三年級都正確，國小一年級有四位錯誤，國小二年級有一位錯誤。錯誤的原因:也是沒有注意到「對邊相筭」和「直角」。如下列各圖：



4. 對於正置的「正方形」的操作，通過率分別為幼稚園 3/1。國小一年級 6/11，國小二年級 9/11，國小三年級 7/7。但對於斜置狀況少了 5 個人正確，其通過率分別為幼稚園 0/3，國小一年級 3/11，國小二年級 8/11，國小三年級 7/7。錯誤的情形與釘板上差不多。

5. 對於的「菱形」的操作，比其他的圖形不理想，在「正置」狀況通過率分別為幼稚園 0/3，國小一年級 2/11，國小二年級 5/11，國小三年級 3/7。而「斜置」狀況明顯：幼稚園 0/2。國小一年級 1/11，國小二年級 3/11，國小三年級 1/7。錯誤的情形與釘板上差不多。由於困難度較高，一位國小二年級學生嘗試了很久，最後只好拿起「菱形」圖卡，就在上面描邊，不管原來研者事先原來研究者給予的一邊。

(四) 繪製圖形能力之結論

兒童之對於繪製圖形比辨認圖形，更不容易處理。如同 Piaget 與 Inhelder (1967) 也提到兒童辨別圖形和畫出圖形是兩回事。因為畫圖不只是需要知覺的判斷，也還需要別的能力。認識剪下來的圖形比用棒子把它們做出來容易。而這又比準確的畫出它們來容易。對於「每邊相等」、「每角為直角」之歐氏特徵掌握不易，大概都屬於拓樸性的描繪。同時，有具體操作的釘板造圖，容易嘗試錯誤，比在格點紙上畫，更易操作。

肆、未來研究建議

基本上，本研究結論顯示兒童說明圖形之性質時，大多數都是以整理性的知覺思考，而常以舉例方式比擬說明圖形，少數只說出圖形的部分特徵。晤談的對象，幼稚園或國小一、二、三年級兒童，對於任何基本圖形，無論在視覺或觸覺察看或做分類之活動時圖形的特徵，都不能全部說出必要充分的相關屬性。如同 Clements、Swaminathan、Hannibal 和 Sarama (1999) 的研究，年齡從 3.6 歲到 6.9

歲的幼兒，在辨認圖形時，其解題說明也是二類：視覺(visual)描述與性質(property)特徵。

但是，從幼稚園到國小一、二、三年級的兒童，他們使用辨認解題準則(criteria)，其內容、深度、及其穩定度，是否與年齡或性別有關？宜做大規模之檢測。同時，幾何概念發展最基本的層次是什麼？Usiskin (1982)提出有 34%的中學生未達到 van Hiele 視覺層次，26%的學生在開學時是在第 0 層，而在學期結束時仍維持在第 0 層。Fuys 等人(1988)認為兒童在某一層次必需對這一層次顯示出一致性的行為，但在第 0 層的兒童卻沒有顯示第 0 層的特徵。例如：不會命名形狀。因此有更基本的層次存在。

Clements 等人(1999) 研究顯示有比視覺層次更基本的層次存在，那就是第 0 層的前期(pre-level 0)。在此層次的兒童能感覺到幾何的形狀，但沒有感覺的活動(缺乏視覺心像)，不能辨別同類形狀區別，例如：不能區別正方形和長方形的不同，但可以區別正方形和圓形的不同。視覺層次前的一個層次稱為前認知。這個層次的兒童可能只可以注意到圖形的視覺特徵，而不能區辨很多一般的圖形。未來可重覆或驗證其主張——原視覺層次分為二層：

(1) 層次 0：視覺特徵(Visual Level)——這個層次的兒童可能只可以注意到圖形的視覺特徵，而不能區辨很多一般的圖形。

(2) 層次 1：整體融合(Syncretic Level)——在這個層次的兒童能透過圖形的整體輪廓辨認，去學習辭彙及辨認或再造出一個與指定的圖形相同的圖形，但不能利用圖形的特徵或組成要素來分析。

事實上，兒童對實際世界的心像表徵(mental representation)並不僅僅是一種回憶而已，而是對於一個實體(object)主動的再建構其符號表徵，這種再建構的過程，不單純是知覺(perceptual)，在實體沒有看到時，兒童如何去感知到此物體？未來研究也許有必要以 Fischbein 直觀理論(Fischbein et al. 1987)，去檢驗學生直覺的、隱含的、無意識、和素樸的幾何概念知識。

兒童在建構基本幾何概念時的認知過程除了常以符合其屬性的例子或不相關屬性的非例子等去界定概念外，違常涉及其他有關概念心像的認知發展。比如起始的「原型現象」(the prototype phenomenon)，常存在學習的概念心像之中，而致學習者常用原型例子去判斷其他例子是否符合此概念？為避免影響此種「原型判斷」(the prototypical judgment) 的迷思，幾何的教學宜提供一個豐富的視覺和分析的學習環境，以克服知覺的限制性。未來研究必須將兒童幾何概念瞭解的研究運用在教學上，設計診斷教學實驗參考。

參考文獻

- 吳貞祥 (民 69)。國民小學數學教學的基礎—數量形。台北市：幼獅文化。
- 教育部 (民 64)。國民小學課程標準。台北市：作者。
- 教育部 (民 82)。國民小學課程標準。台北市：台捷公司。
- 張英傑 (民 82)。兒童幾何形體認知概念之發展 (I)。台北市：國立台北師範學院。
(WSC82-0111-S-152-003)
- Anderson, J. R. (1985). *Cognitive psychology and its implications* (2nd ed.). New York: W. H. Freeman.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp.125-203). New York: Academic Press.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of reasoning on mathematics teaching and learning* (pp.420-464). New York, NY: Macmillan.
- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 192-212.
- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In Mary Montgomery Lindquist & Alber .P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry, K-12* (pp.126-135). Reston , VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fey, J. T. (1984). *Computing and mathematics: The impact on secondary school curricula*. Reston ,VA: National Council of Teachers of Mathematic .
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, Netherlands: Reidel.
- Frostig, M. & Horne, D. (1964). *The Frostig program for the development of visual perception*. Chicago: Trollett Publishing Co.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph Setries, Number 3*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Geeslin, W. E., & Shar, A. O. (1979). An alternative model describing children's spatial perference. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, 57-68.

- Gibson, E. J., Gibson, J. J., Pick, A. D., & Osser, H. (1962). A development study of the discrimination of letter-like forms. *Journal of Comparative and Physiological Psychology*, *55*, 897-906.
- Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics resource project: Geometry and visualization*. Palo Alto, CA: Creative Publications.
- Martin, J. L. (1976). A test with selected topological properties of Piaget's hypothesis Concerning the spatial representation of the young child. *Journal for Research in Mathematics Education*, *7*, 26-38.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). New York: W. W. Norton.
- Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London : Routledge and Kegan Paul.
- Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *Mathematics Teacher*, *78*, 419-428.
- Thomas, F. (2000). Implications of research on children's understanding of geometry. *Teaching Children Mathematics*, *6*(9), 572-576
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (Final Report of the cognitive development and achievement in secondary school geometry project)*. Chicago, IL: University of Chicago, Department of Education.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

誌 謝

本研究感謝「兒童幾何形體認知概念之發展」研究小組成員鄧寶生教授、蔡方瑜老師、羅寶汾和姜健老師之協助，討論研究工具之設計，以及研究進行之資料處理等。

A Preliminary Study on Children's Concepts of Geometric Shapes

Ing-jye Chang*

ABSTRACT

The purposes of the study are to investigate language children use to describe geometric shapes, to understand the factors affecting how children distinguish basic geometric shapes from plain and 3-dimension figures in their learning environment. This study conducted individual clinical interviews of 40 k to 3 children (21 males and 19 females), emphasizing the identification and descriptions of shapes and reasons for their identifications. The study got the preliminary conclusion via three kinds of assessment tasks (manipulating objects, recognizing shapes, and constructing figures). The results showed that a lot of children rely on visual matching to distinguish shapes, and some of them are able to recognize shapes by means of its properties. For future investigation, children's intuitive, implicit, unconscious, and primitive concepts of geometric knowledge should be studied with Fischbein's intuition model. On the other hand, more researches have to be conducted to check Clements and Battista's claims that a prerecognitive level exists before van Hiele Level 0 and that Level 0 should be reconceptualized as syncretic instead of visual.

**Key words: Geometry, Conceptual Knowledge, Concepts of shape,
Early childhood.**

* Ing-jye Chang : Associate Professor, Department of Mathematics Education.

