

國立臺北教育大學 100 學年度學士班轉學考試

學系 (組)：數學暨資訊教育學系(數學組)

年 級：大二

科 目：微積分

注意：本試卷有 2 頁、10 題，每題 10 分。

1. Using Rolle's Theorem to prove the Mean Value Theorem. (10%)
2. Determine whether the statement is true or false. If it is true, prove it is true, if it is false, give a counterexample that shows it is false. If f is continuous at $x=c$, then f is differentiable at $x=c$. (10%)

3. Analyze and sketch the graph of $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ (10%)

4. Consider the function defined by

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Use the definition of partial derivatives to find $f_x(0,0)$ and $f_y(0,0)$
(10%)

5. Determine if it is convergent or divergent.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2} \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right) \quad (10\%)$$

6. 在今日資訊社會，對於有志於國小數學教育的大學生，是否需要具備微積分之素養，請即將進入教育大學的你，表達你的看法並解釋原因。(10%)

7. 請以幾何觀點解釋極限(Limit)想法在微積分上扮演的角色。(10%)

8. 微積分經常廣泛地在各領域被使用，在資訊(電腦科學)上有何重要的應用?(10%)

9. 假設你正在指導一名國小高年級數學資優生，你要如何利用你學過的微積分，以最具親和力(friendly)的方式讓他了解圓面積公式。(10%)

10. 請你寫出導函數和定積分的基本定義，並從中推導出微積分基本定理，並說明此定理的價值。(10%)