

國立臺北教育大學 98 學年度學士班轉學考試

學系 (組): 數學暨資訊教育學系 (數學組)

年 級: 二年級

科 目: 微積分

1、已知 $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x-1}$,

- a) 求 $f(x)$ 之定義域。 (5%)
- b) 求 $f(x)$ 之值域。 (5%)
- c) 求 $f(x)$ 之漸近線。 (5%)
- d) 求 $f(x)$ 之極大值與極小值。 (5%)
- e) 繪出此函數圖形。 (5%)

2、判斷下列級數是否收斂原因為何? (20%各 5%)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+1} \right)$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{4n+1}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1} \right)^n$

3、已知 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{4xy}{x^2 + y^2}, & \text{當 } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{當 } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- a) 請說明 $f_x(0, 0)$ 在幾何上之意義, 並求其值。 (6%)
- b) 請說明 $f_y(0, 0)$ 在幾何上之意義, 並求其值。 (6%)
- c) 試問 $Z = f(x, y)$ 此曲面在 $(0, 0)$ 這點是否可微, 並說明原因。 (7%)

4、有一平板金屬表面的溫度如 $T(x, y) = 20 - 4x^2 - y^2$ ，試問在點

$(2, -3)$ ，朝哪個方向溫度增加最快？其增加率為何？ (10%)

5、在拋物面 $z = 1 - x^2 - y^2$ 下面及在平面 $z = 1 - y$ 上面所圍之區域體積為何？

(10%)

6、求 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4}} dx = ?$ (6%)

7、一直線 $y = f(x) = x + 2$ ，求此直線繞著 x 軸旋轉一圈後，在 $x \in [0, 5]$ 的範圍內的旋轉體之體積。

(10%)