

國立臺北教育大學 96 學年度學士班轉學考試

學系：數學暨資訊教育學系

二年級

科目：微積分

1、已知 $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x+1}$,

(a) 求 $f(x)$ 之值域。

(b) 求 $f(x)$ 之漸進線。

(c) 求 $f(x)$ 之極大值與極小值。 (d) 繪出此函數圖形。 (20%各 5%)

2、判斷下列級數是否收斂原因為何？ (10%各 5%)

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{4n+1}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$

3、有一平板金屬表面的溫度如 $T(x, y) = 20 - 4x^2 - y^2$ ，試問在點 $(2, -3)$ ，朝哪個方向增加最快？其增加率為何？ (10%)

4、在拋物面 $z = 1 - x^2 - y^2$ 下面及在平面 $z = 1 - y$ 上面所圍之區域體積為何？ (10%)

5、令 $G(x) = \int_0^x [s \int_0^s f(t) dt] ds$ 其中 f 是一個連續函數，求

(a) $G'(x)$ (b) $G''(x)$ (10%各 5%)

6、 $\int e^{\sin \pi x} \cos \pi x dx = ?$ (10%)

7、求瑕積分 $\int_1^{\infty} (1-x)e^{-x} dx = ?$ (10%)

8、(a) 請用數學慣用語法與符號敘述 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ 的定義。

(b) 請寫出一個數學式子表示 $f'(a)$ ，即 $f(x)$ 在點 $x = a$ 導數存在。

(10%各 5%)

9、將函數 $f(x) = \log_2 x$ ， $g(x) = x^x$ ， $h(x) = x^2$ ， $k(x) = 2^x$ ，考慮在 x 很大的時候，依其變化率的大小排序。 (10%)