

國立臺北教育大學 95 學年度學士班轉學考試

學系：數學暨資訊教育學系 二年級 數學組

科目：微積分

一、求下面極限值（10 分）

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)^{100} - 1}{x+2}$$

二、求下面之積分（10 分）

$$(1) \int (\ln x) dx$$

$$(2) \int \frac{1}{4+x^2} dx$$

(3) 試求圓 $r = 2 \cos \theta$ 與圓 $r = 1$ 相交之區域面積。

三、費氏數列 $\langle F_n \rangle = \langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ ，其中 $F_1 = F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, n \in \mathbb{N}$ ，

試證費氏數列連續兩項之比的極限為黃金比例 $(\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2})$ (10 分)

四、說明無窮級數 (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ 之斂散性。(10 分)

五、設 S 為由右列三個方程式 $y=0, z=x^2, y+z=1$ 圈圍出的立體，試求

S 的體積。(10 分)

六、假設 $F(x) = f(g(x))$ ， $g(3) = 6$ ， $g'(3) = 4$ ， $f'(6) = 7$ ，求 $F'(3)$ 。

(10 分)

七、函數 $P(x) = Ax^2 + Bx + C$ ，求證在任一個區間 $[a, b]$ 上，使均值定理成立的 c 點一定是 $[a, b]$ 的中點。(10 分)

八、兩曲線 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = x^2$ (10 分)

(1) 求兩曲線所圍成區域 A 的面積。

(2) 求區域 A 環繞 x 軸所形成實體的體積。

九、若 $f(x, y) = -x^3 + 4xy - 2y^2 + 1$ ，(10 分)

(1) 求 $f_{xy}(x, y) = ?$

(2) 求 $f(x, y)$ 的相對極值。

十、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x \sin t^2 dt = ?$ (10 分)

國立臺北教育大學 95 學年度學士班轉學考試

學系：數學暨資訊教育學系 二年級 數學組

科目：微積分

一、求下面極限值（10 分）

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)^{100} - 1}{x+2}$$

二、求下面之積分（10 分）

$$(1) \int (\ln x) dx$$

$$(2) \int \frac{1}{4+x^2} dx$$

(3) 試求圓 $r = 2 \cos \theta$ 與圓 $r = 1$ 相交之區域面積。

三、費氏數列 $\langle F_n \rangle = \langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ ，其中 $F_1 = F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, n \in \mathbb{N}$ ，

試證費氏數列連續兩項之比的極限為黃金比例 $(\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2})$ (10 分)

四、說明無窮級數 (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ 之斂散性。(10 分)

五、設 S 為由右列三個方程式 $y=0, z=x^2, y+z=1$ 圈圍出的立體，試求

S 的體積。(10 分)

六、假設 $F(x) = f(g(x))$ ， $g(3) = 6$ ， $g'(3) = 4$ ， $f'(6) = 7$ ，求 $F'(3)$ 。

(10 分)

七、函數 $P(x) = Ax^2 + Bx + C$ ，求證在任一個區間 $[a, b]$ 上，使均值定理成立的 c 點一定是 $[a, b]$ 的中點。(10 分)

八、兩曲線 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = x^2$ (10 分)

(1) 求兩曲線所圍成區域 A 的面積。

(2) 求區域 A 環繞 x 軸所形成實體的體積。

九、若 $f(x, y) = -x^3 + 4xy - 2y^2 + 1$ ，(10 分)

(1) 求 $f_{xy}(x, y) = ?$

(2) 求 $f(x, y)$ 的相對極值。

十、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x \sin t^2 dt = ?$ (10 分)