

# 國立臺北教育大學 95 學年度學士班轉學考試

學系：數學暨資訊教育學系 二年級 數學組

科目：線性代數

一、化簡  $\begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}^{1024}$  (10 分)

二、設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -8 & 4 & -6 \\ 8 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ，若對角矩陣  $B$  與  $A$  相似，求  $B$  (10 分)

三、已知  $T$  為  $R^3$  映至  $R^2$  的線性變換，且  $T(1,1,0)=(0,1)$ ，

$T(0,1,1)=(-1,5)$ ， $T(1,0,1)=(1,2)$ 。求  $T(1,0,1/3)$  (10 分)

四、設  $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，求  $tr(A^{50})$  (10 分)

五、設  $T: R^2 \rightarrow R^2$  為  $R^2$  上一線性變換， $b = \{(1,0), (0,1)\}$  與  $b' = \{(1,1), (2,1)\}$

為  $R^2$  的兩個有序基底，若  $T$  對  $b'$  的矩陣表示  $[T]_{b'} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，則

$T$  對  $b$  的矩陣表示  $[T]_b$  為何 (10 分)

六、Which of the following sets of vectors in  $R^4$  are linearly

independent, (a generating set, a basis)? (10 分)

(a)  $(17, 39, 25, 10), (13, 12, 99, 4), (16, 1, 0, 0)$

(b)  $(1, 1/2, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1/2, 1/2, 1), (1/4, 0, 0, 1/4)$

七、If  $V(\mathbb{R})$  is spanned by a set of vectors,  $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ , then any subset of  $V$ , say,  $S = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ , where  $n > m$ , is a linear dependent set. (10 分)

八、If  $A$  and  $B$  are  $n \times n$  matrices, then  $\det(AB) = (\det A)(\det B)$ . (10 分)

九、Find (if possible) the inverse of the matrix (10 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

十、Compute the eigenvalues of the matrix (10 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$